

Prévision du comportement thermomécanique de laines minérales avec des mesures de champs

Jean-François Witz, Stéphane Roux & François Hild

LMT-Cachan
61 av du président Wilson
94235 CACHAN cedex
Witz@lmt.ens-cachan.fr

Résumé :

Cet article présente une méthode d'identification thermique et mécanique des matériaux hétérogènes comme les laines minérales crêpées qui présentent une texture localement très anisotrope, mais dont l'orientation préférentielle varie très fortement dans l'espace. Cette anisotropie locale est déterminée en orientation et en amplitude par un traitement d'image adapté. S'appuyant sur cette texture, un modèle linéaire orthotrope transverse, tant en thermique qu'en mécanique, est proposé, et dont on se propose d'identifier les propriétés par mesure de champs (thermique en thermographie Infra-Rouge et cinématique par corrélation d'images numériques). Une procédure de recalage est proposée pour déterminer un jeu de paramètres optimum.

Abstract :

The article presents a thermal and mechanical identification method applied to heterogeneous crimped mineral wools. The latter show a very anisotropic local texture, whose orientation varies strongly in space. This local texture is determined in orientation and amplitude by a suited image processing step. Based on this morphological description, a linear orthotropic model is proposed both for the thermal and mechanical behaviour. It is proposed to identify the parameters of these constitutive laws from full field measurements, infra-red thermography for the thermal behaviour, and digital image correlation for the kinematic field used in mechanics. An original identification protocol is presented and applied to mineral glass wool.

Mots-clefs : Texture ; Corrélation d'Images Numériques; Recalage

1 Introduction

Les laines minérales sont des matériaux utilisés pour leurs propriétés d'isolation thermique et acoustique. Elles sont constituées de fibres enchevêtrées et encollées par une résine. Le procédé de fabrication assure que le matériau a des propriétés orthotropes transverses. De même, le procédé de crêpage mis en place par ISOVER (FIG. 1) permet d'augmenter considérablement les propriétés mécaniques de ces produits en produisant une désorientation locale d'une laine initialement anisotrope mais d'orientation préférentielle très homogène. La texture locale, après crêpage, est mesurée par des techniques d'analyse d'image.

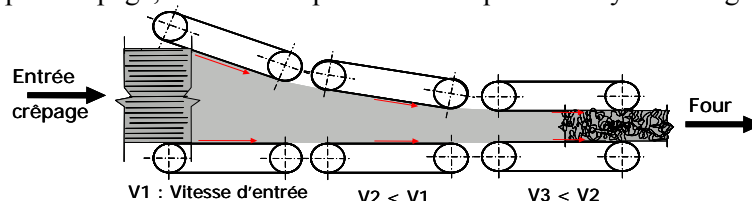


FIG. 1 – Processus de crêpage en ligne

2 Démarche d'identification

La démarche d'identification est présentée sur la FIG. 2. Le milieu est d'abord caractérisé par sa texture, i.e. l'orientation locale dominante. Dès lors, il est proposé de décrire le milieu par l'assemblage de volumes élémentaires dont les propriétés élastiques, ou la conductivité thermique, sont considérées comme constantes à la même échelle, et anisotropes (orthotropes transverses). Cependant, les axes propres de ces volumes élémentaires sont orientés localement de manière à rendre compte de la structure du milieu après crêpage. L'analyse de texture est exploitée pour déterminer localement l'orientation dominante. A ce stade, les conductivités thermiques principales (deux inconnues) et élastiques (quatre inconnues) restent à déterminer. L'étape suivante consiste à obtenir expérimentalement des champs de déplacements par Corrélation d'Images Numériques (CIN) ou de température par caméra IR. Dans le but de rendre compte des champs mesurés, une procédure d'identification par recalage (Kavanagh et al. (1971)) est proposée pour déterminer les constantes élastiques ou les conductivités thermiques via un calcul aux Eléments Finis. Parmi plusieurs normes possibles (Bonnet et al. (2005)), il est proposé ici d'utiliser une norme quadratique entre champs mesurés et calculés. La procédure d'identification est effectuée par linéarisations successives et projection du champ de résidus sur les champs tangents associés à la variation des paramètres recherchés.

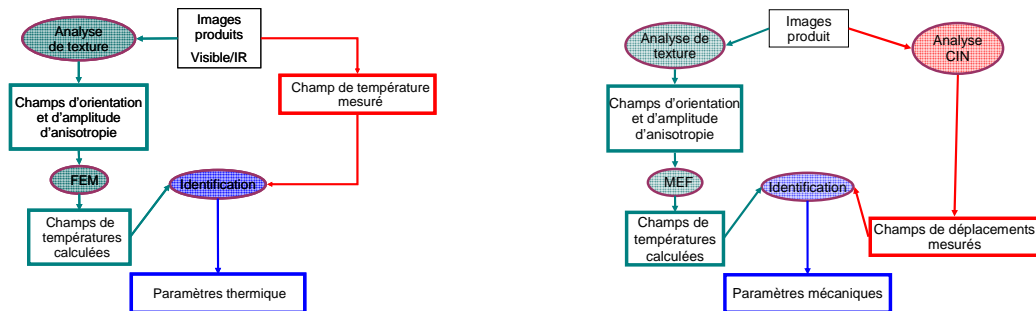


FIG. 2 – Processus d'identification thermique (gauche) et mécanique (droite)

3 Analyse d'anisotropie

La texture est analysée en étudiant la face libre d'un échantillon à partir d'images digitales. La première étape est de découper l'image en plusieurs zones d'études (ZE) FIG. 3 où les paramètres d'anisotropie sont considérés comme constants. L'analyse d'anisotropie consiste à apprécier l'orientation principale θ et l'amplitude d'anisotropie A (Bergonnier et al. (2006)). Ces paramètres sont obtenus à partir de l'auto-corrélation des niveaux de gris de l'image convenablement filtrée. Le tenseur de courbure de la fonction d'auto-corrélation est calculé et les axes principaux définissent les axes d'anisotropie. Le contraste entre les deux courbures donne accès à l'amplitude d'anisotropie. Ces deux valeurs sont illustrées ci-dessous (FIG. 3).

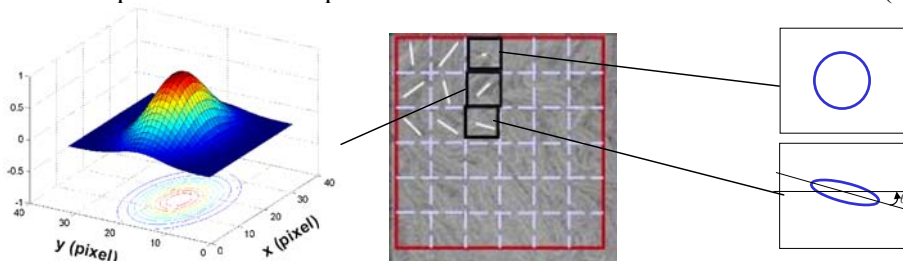


FIG. 3 – Illustration de l'analyse d'anisotropie. L'image (centre) est découpée pour être caractérisée par son auto-corrélation (gauche). La courbure à l'origine de cette fonction, illustrée

schématiquement par une section sur la figure droite, permet de déterminer l'orientation préférentielle et l'amplitude de l'anisotropie.

4 Essais

Dans l'industrie les essais conduisant à la caractérisation de la conductivité thermique sont principalement réalisés en régime stationnaire. Nous étudierons donc deux types de conditions aux limites :

- Conduction uni-axiale.
- Conduction fil-chaud.

Pour la partie mécanique, des essais de compression et de cisaillement sont effectués.

Des essais uni-axiaux menés sur différents types de matériaux crêpés FIG. 4 conduisent à des réponses mécaniques très différentes. La figure 4 montre l'impact de la texture sur la réponse du matériau en compression.

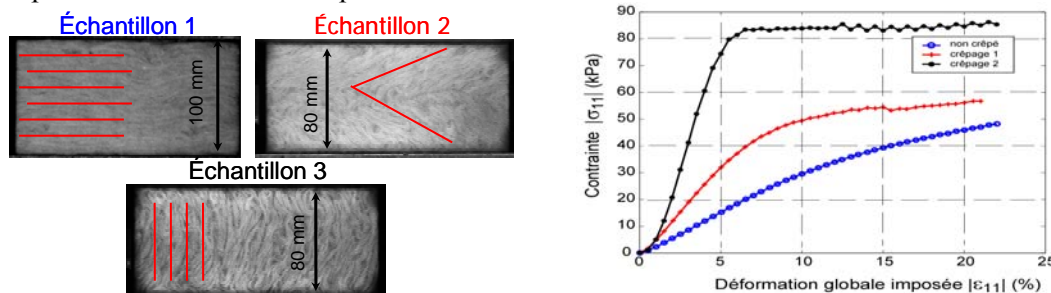


FIG. 4 – Différents crêpages (gauche) et leurs courbes de chargement associées (droite).

Les essais bi-axiaux ont été réalisés sur un hexapode (FIG. 5) dans le but d'avoir un chargement en compression/cisaillement non proportionnel, permettant de se rapprocher des conditions réelles d'utilisation. Seule la partie élastique est étudiée dans la suite.



FIG. 5 – Vue schématique d'un essai de cisaillement sur l'hexapode.

5 Mesure des champs de déplacements

La connaissance locale de tous les champs de déplacements de la face étudiée est nécessaire pour effectuer le recalage. Une technique de corrélation d'images numériques (Besnard et al. (2006)) est employée sur des images prises à différentes étapes du chargement. Elle permet d'obtenir des champs de déplacement avec une bonne résolution spatiale (16×16 pixels par élément) ainsi qu'une précision de mesure de 5×10^{-2} pixel. Ces champs serviront de référence au processus de recalage.

6 Calcul des champs de déplacements et de température

Dans le but de prendre en compte l'anisotropie locale du matériau, une modélisation par la méthode des Eléments Finis est utilisée tant en thermique qu'en mécanique, où localement le matériau est considéré comme orthotrope transverse, dont les axes principaux varient selon

l'analyse de texture (cf. ci-dessus) effectuée sur la face apparente de l'échantillon. Une modélisation bi-dimensionnelle est choisie, en contrainte plane pour le cas élastique.

Prise en compte de l'amplitude d'anisotropie :

La même procédure est utilisée dans le cas élastique et thermique. Seul le cas de la conduction est détaillé ci-dessous pour sa simplicité.

Nous introduisons un matériau idéal de référence orthotrope transverse, caractérisé par deux conductivités propres k_n et k_t à partir duquel nous allons représenter un matériau crêpé avec sa microstructure vraie. Dans le cas où l'amplitude d'anisotropie A est maximale, $A=1$, le matériau est localement dans son état de référence, et le tenseur de conductivité est simplement aligné avec l'orientation locale de cet élément. Dans le cas contraire (i.e., $A<1$) on considère que le crêpage s'opère à une échelle plus fine que la taille de l'élément et son tenseur de conductivité équivalente, $\langle K \rangle$, résulte d'une procédure d'homogénéisation. Il est proposé d'utiliser une simple moyenne des tenseurs de résistance thermique sur une distribution d'orientation Gaussienne, $p(\theta)$, de même moyenne et écart-type que ceux mesurés par traitement d'image.

$$\langle K \rangle^{-1} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} K^{-1}(\theta) p(\theta) d\theta \quad (1)$$

où $K(\theta)$ désigne le tenseur de conductivité intrinsèque tourné de l'angle θ . Les effets de l'amplitude d'anisotropie induisent les valeurs propres du tenseur de conductivité suivantes :

$$\langle k_1 \rangle^{-1} = \frac{1}{2} \left[(k_n^{-1} + k_t^{-1}) + (k_n^{-1} - k_t^{-1}) A \right], \quad \langle k_2 \rangle^{-1} = \frac{1}{2} \left[(k_n^{-1} + k_t^{-1}) - (k_n^{-1} - k_t^{-1}) A \right] \quad (2)$$

Cette formulation conduit à une carte de conductivité totalement paramétrée par l'analyse de texture ainsi que les deux conductivités initiales d'un matériau idéal de référence. La même stratégie est employée pour décrire le comportement élastique anisotrope avec quatre paramètres initiaux pour décrire le problème élastique. Cette procédure permet de définir sans ambiguïté les paramètres de conductivité ou de raideur de chaque élément, à partir des caractéristiques du milieu de référence, et de l'analyse de texture. En pratique un maillage régulier à base d'éléments Q4P1 est utilisé. Les conditions aux limites sont issues des champs mesurés.

7 Méthode d'identification

Le processus d'identification du comportement se base sur la comparaison entre les champs calculés et mesurés, et se formule de manière très comparable entre thermique et élasticité, et seul le premier cas est décrit ci-dessous.

Les équations suivantes doivent être satisfaites où K est le champ de conductivité thermique issue de la procédure évoquée précédemment et des deux valeurs initiales k_n et k_t

$$\text{div}(-[K] \text{grad } T) = 0 \quad ; \quad T_{\Gamma 1} = T_i \quad ; \quad -[K] \text{grad } T_{\Gamma 2} = \Phi_i \quad (3)$$

La solution est calculée à l'aide du code Eléments Finis. La matrice de conductivité globale est assemblée et le système linéaire suivant est résolu :

$$[K_{FEM}]_g T_0 = F \quad (4)$$

A partir de cette estimation des températures, deux champs de températures T_n et T_t sont calculées pour une perturbation infinitésimale des paramètres matériaux k_n et k_t

$$[K_{FEM}]_g T_n + \frac{\partial [K]}{\partial k_n} T_0 = \Phi_{\Delta k_n}, \quad [K_{FEM}]_g T_t + \frac{\partial [K]}{\partial k_t} T_0 = \Phi_{\Delta k_t} \quad (5)$$

Les valeurs $\Phi_{\Delta k_n}$ et $\Phi_{\Delta k_t}$ représentent les modifications apportées aux conditions aux limites induites par les variations du tenseur de conductivité. A partir de valeurs estimées des conductivités de référence, ayant permis le calcul des trois champs ci-dessus, une correction est effectuée en minimisant la fonctionnelle suivante :

$$J(\Delta k_n, \Delta k_t) = \int (T_0 - T_m - \Delta k_n T_n - \Delta k_t T_t)^2 dx \quad (6)$$

Cette fonctionnelle représente la différence entre les températures calculées et mesurées sur les deux champs d'influence. A partir de valeurs corrigées des conductivités, de nouvelles itérations sont effectuées jusqu'à convergence. Pour apprécier la fidélité de l'identification, il est proposé d'utiliser l'indicateur d'erreur suivant : la variance du champ de différence entre calcul et mesure, normé par la variance du champ de mesure :

$$e = \frac{\text{var}(T_0 - T_m)}{\text{var}(T_m)} \quad (7)$$

8 Résultats

Thermique :

Dans un premier temps, la méthodologie a été validée sur un cas artificiel avec comme conditions aux limites, une température nulle sur le bord droit, 19°C au milieu du bord gauche et un flux nul ailleurs (FIG. 6). Ce cas est représentatif de l'essai fil-chaud. Le rapport des conductivités initiales k_n/k_t était de 2.5.

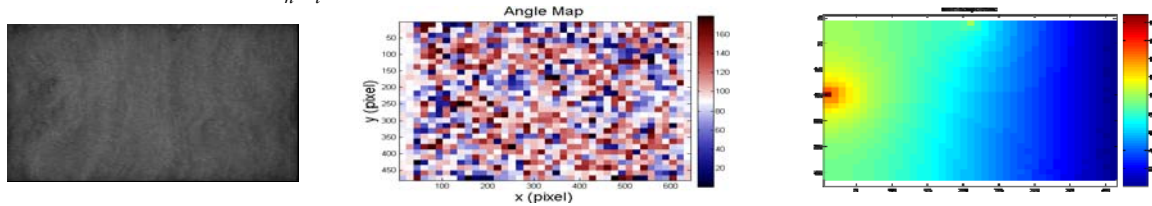


FIG. 6 – A gauche l'image produit, au centre la carte d'orientation, à droite le champ mesuré.

L'identification a été menée en utilisant les températures « mesurées » sur les frontières et un rapport de conductivité initial égale à 5. Un bruit blanc de 5 % de la variation de température a été ajouté pour simuler le bruit de la caméra thermique.

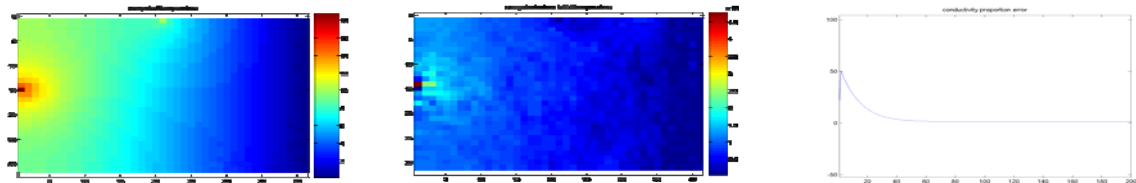


FIG. 7 – Résultats de l'identification : à gauche la température identifiée, au centre la différence avec le champ mesuré, à droite le taux de convergence en fonction des itérations.

Les champs mesurés et calculés après identifications sont très proches. L'erreur sur le rapport des conductivités est inférieure à 1.2×10^{-7} malgré le bruit ajouté. La clef de cette précision est le nombre important d'informations sur la température utilisées pour caractériser les deux paramètres constitutifs. Cette étude démontre ainsi la faisabilité de la méthode. L'exploitation de mesures d'essai est en cours.

Mécanique :

Le même protocole a été validé comme ci-dessus dans le cas élastique. Nous ne présentons dans la suite que l'application à un essai réel. Le champ de déplacement a été mesuré par corrélation d'images numériques sur un essai en compression/cisaillement. Le tableau 1

présente les paramètres élastiques optimisés et la figure 9 présente une comparaison entre les champs de déplacements mesurés et prédits.

Tab. 1 – Paramètres identifiés

Paramètres identifiés	$S_{nn} = 0.87 \text{ MPa}$	$S_{nt} = 0.51 \text{ MPa}$	$S_{tt} = 2.03 \text{ MPa}$	$S_{uu} = 1.9 \text{ MPa}$
-----------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	----------------------------

La figure 9 montre que les déplacements calculés sont très proches des déplacements mesurés. L'erreur globale relative en déplacement est inférieure à 7.4 %

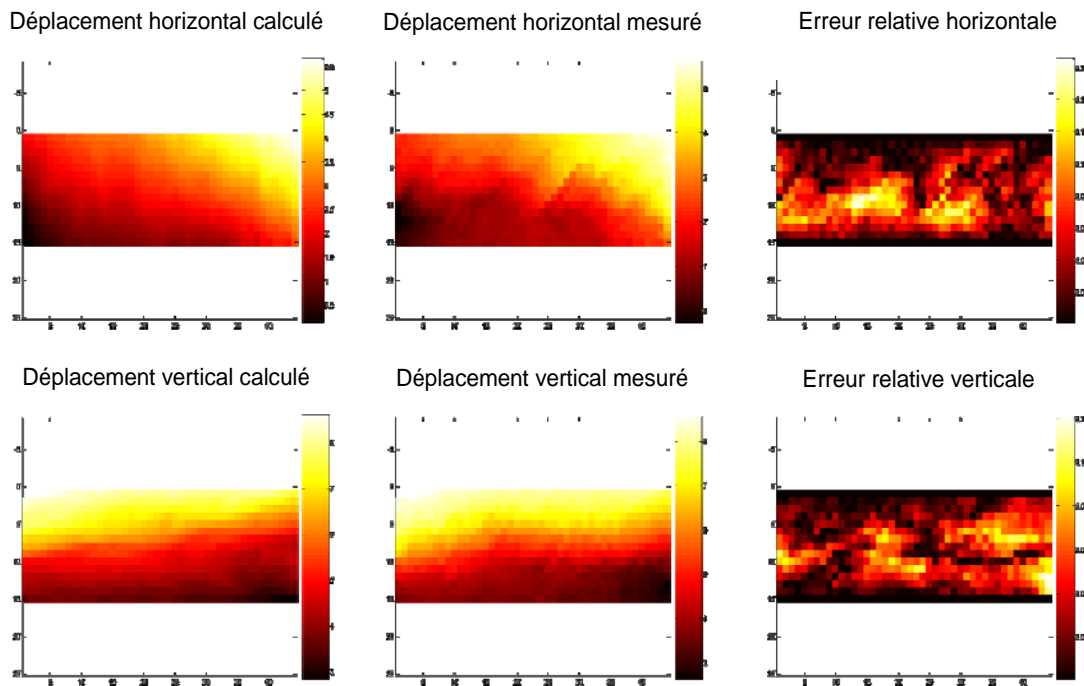


FIG. 8 – Résultats d'identification en compression/cisaillement (Pixel)

9 Bilan et perspectives

Cette étude présente une procédure d'identification du comportement en thermique et mécanique s'appuyant sur une appréciation de l'anisotropie locale d'un milieu à microstructure complexe. La méthode proposée exploite pleinement la grande richesse des mesures de champs. Pour l'aspect thermique, la procédure a été validée sur des cas artificiels. En ce qui concerne l'élasticité, la procédure complète a été mise en œuvre, utilisant la corrélation d'images numériques pour les mesures de champ de déplacement, afin d'arriver à la détermination des paramètres élastiques.

10 Références

- Bergonnier, S., Hild, F., & Roux, S. (2006) Local Anisotropy Analysis for Non-Smooth Images, *Int. J. of Pattern Recognition*, **40**, 544–556.
- Besnard, G., Hild, F. & Roux, S. (2006) Finite-Element Displacement Fields Analysis from Digital Images: Application to Portevin-Le Châtelier Bands, *Exp. Mech.* **46**, 789–803.
- Kavanagh, K. T. , (1971) Finite Element Applications in the Characterization of Elastic Solids, *Int. J. Solids Struct.*, **7**, 11-23.
- Bonnet, M. & Constantinescu, A., (2005) Inverse Problems in Elasticity, *Inverse Problems* **21**, R1-R50.